

Задание 1. Вычислите:

$$4\frac{1}{6} \cdot \left(1\frac{1}{2} - \frac{3}{5}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) \cdot 6$$

Ответ. Вычисляем по действиям:

$$1). 1\frac{1}{2} - \frac{3}{5} = \frac{3}{2} - \frac{3}{5} = \frac{15-6}{10} = \frac{9}{10}$$

$$2). \frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{9+10}{12} = \frac{19}{12}$$

$$3). 4\frac{1}{6} \cdot \frac{9}{10} = \frac{25}{6} \cdot \frac{9}{10} = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{4}$$

$$4). \frac{19}{12} \cdot 6 = \frac{19}{2}$$

$$5). \frac{15}{4} + \frac{19}{2} = \frac{15}{4} + \frac{38}{4} = \frac{53}{4} = 13\frac{1}{4} = 13.25$$

Задание 2.

Длина отрезка АВ составляет 12 см, а $\frac{2}{3}$ его длины равны $\frac{4}{5}$ длины отрезка CD. Найдите длину отрезка CD.

Ответ. Поскольку длина отрезка АВ равна 12 см, то $\frac{2}{3}$ его длины составляют $\frac{2}{3} \cdot 12 = 8$ см. Эта длина составляет $\frac{4}{5}$ длины отрезка CD. Значит, длина отрезка CD равна $8 \div \frac{4}{5} = 8 \cdot \frac{5}{4} = 10$ см.

Задание 3. Решите задачу.

В магазин привезли 18 т картофеля. В первый день продали 40% всего картофеля, во второй день 25% остатка. Сколько тонн картофеля осталось продать после двух дней торговли?

Ответ. Поскольку всего картофеля было 18 т, а в первый день продали 40% от этого количества, то в тоннах это равно $18 \div 100 \cdot 40 = 7.2$ т. Значит, после первого дня в магазине осталось $18 - 7.2 = 10.8$ т. картофеля. Поскольку во второй день было продано 25% остатка, то в тоннах это составляет $10.8 \div 100 \cdot 25 = 2.7$ т. Значит, после двух дней магазину осталось продать $10.8 - 2.7 = 8.1$ т. картофеля.

Задание 4. Решите уравнение.

$$\frac{3x-5}{2} - \frac{2x-3}{3} = 4 - x$$

Ответ. Чтобы избавиться от знаменателей, умножим обе части этого уравнения на 6:

$$3(3x - 5) - 2(2x - 3) = 6(4 - x)$$

Далее преобразуем:

$$9x - 15 - 4x + 6 = 24 - 6x$$

$$9x - 4x + 6x = 24 + 15 - 6$$

$$11x = 33$$

$$x = 3$$

Задание 5.

Разложите на множители $4a^2 - b^2 + 8ab + 4b^2$

Ответ. Используем формулы сокращенного умножения “квадрат суммы” и “разность квадратов”:

$$4(a^2 + 2ab + b^2) - b^2 = 4(a + b)^2 - b^2 = (2a + 2b - b)(2a + 2b + b) = (2a + b)(2a + 3b)$$

Задание 6.

Составьте уравнение прямой, пересекающей оси координат в точках $A(-2;0)$ и $B(0; 6)$.

Ответ. Уравнение прямой в общем виде выглядит следующим образом: $y = kx + b$. Подставляем координаты точки B в это уравнение: $6 = k \cdot 0 + b$, откуда получаем, что $b = 6$. Теперь подставляем координаты точки A в это уравнение: $0 = -2 \cdot k + 6$, откуда получаем $k = 3$. Итак, искомое уравнение прямой имеет вид: $y = 3x + 6$.

Задание 7.

Сейчас Коле 12 лет. Шесть лет назад он был в 6 раз моложе своего учителя математики. Через сколько лет Коля будет в 2 раза младше своего учителя математики?

Ответ. Шесть лет назад Коле было $12 - 6 = 6$ лет. Тогда он был в 6 раз моложе своего учителя математики. Значит, тогда учителю математики было $6 \cdot 6 = 36$ лет. То есть сейчас учителю математики $36 + 6 = 42$ года. Пусть через x лет Коля станет в 2 раза младше своего учителя математики. Тогда имеет место равенство:

$$2(12 + x) = 42 + x$$

$$24 + 2x = 42 + x$$

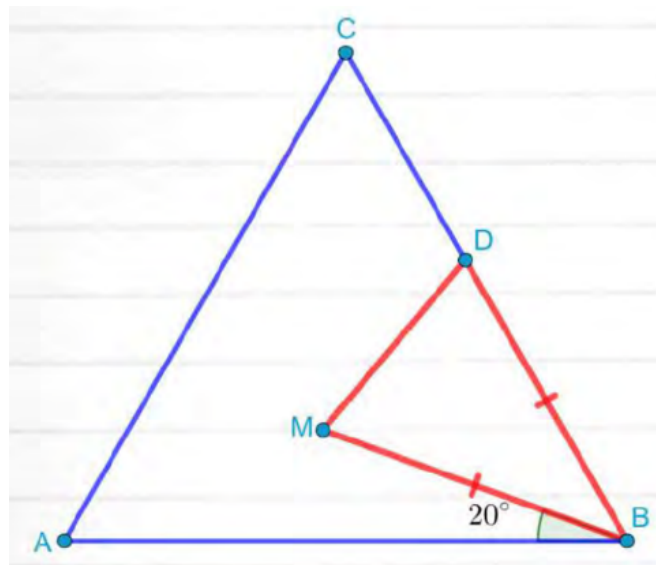
$$2x - x = 42 - 24$$

$$x = 18$$

Задание 8.

Внутри равностороннего треугольника ABC выбрана точка M , а на стороне BC выбрана точка D . При этом угол $ABM = 20^\circ$ и $BM = BD$. Найдите угол CDM .

Изобразим ситуацию на рисунке:



Ответ. Так как треугольник ABC правильный, угол $B = 60^\circ$. Тогда угол $DBM = \text{угол } B - \text{угол } ABM = 40^\circ$. Так как треугольник BMD равнобедренный с основанием MD , и сумма внутренних углов любого треугольника равна 180° , то
угол $MDB = \text{угол } DMB = \frac{1}{2} (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$. Тогда
угол $MDC = 180^\circ - \text{угол } MDB = 110^\circ$.

Задание 9.

В семье три сына Петя, Вася и Толя. Толя празднует свой день рождения через 40 дней после Васи, а Вася через 40 дней после Пети. В этом году день рождения Пети выпадает на вторник. На какой день недели выпадет день рождения Толи?

Ответ. Если Петя празднует свой день рождения во вторник, то Толя празднует свой день рождения через 80 дней, то есть через 11 недель и 3 дня. Значит, день рождения Толи будет через 3 дня после вторника, то есть в пятницу.

Задание 10.

Среднее арифметическое двух чисел составляет 60% от большего из них. Во сколько раз среднее арифметическое этих чисел больше меньшего числа?

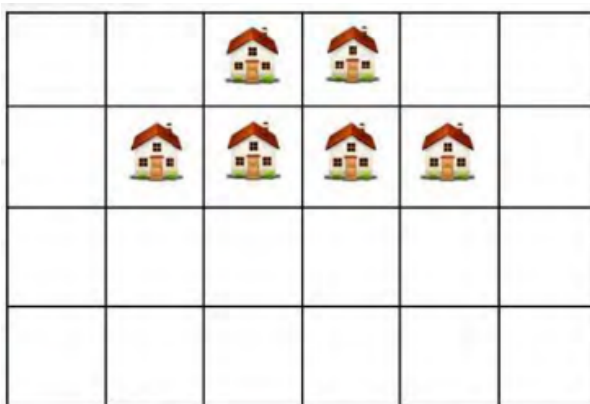
Ответ. Пусть меньшее число равно x , а большее число равно y . Поскольку их среднее арифметическое составляет 60% от большего из них, то $\frac{x+y}{2} = 0.6y$. Из последнего равенства получаем, что $x = 0.2y$. Значит, среднее арифметическое этих чисел в $0.6y \div 0.2y = 3$ раза больше меньшего из этих чисел.

Задание 11.

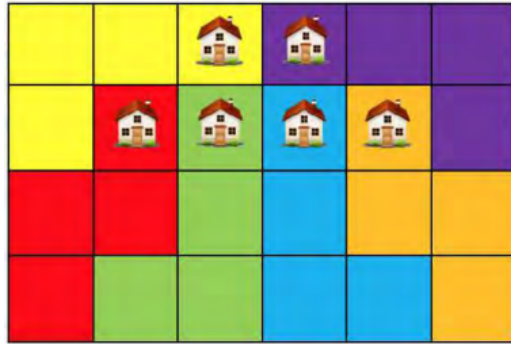
Существует ли треугольник ABC, в котором медиана, проведённая из вершины A, перпендикулярна биссектрисе угла B, а медиана, проведённая из вершины B, перпендикулярна биссектрисе угла C?

Задание 12.

Разрежьте прямоугольный участок земли на участки одинаковой площади так, чтобы на каждом участке стоял ровно один домик. Все квадратики имеют одинаковую площадь:



Ответ:



Задание 13.

Школьник Петя записал по кругу все цифры от 0 до 9 в некотором порядке. Затем он сложил все пары соседних чисел и выписал десять полученных сумм. Оказалось, что среди этих сумм всего три различных. Приведите пример такого расположения чисел.

Пример правильного расположения чисел на рисунке снизу:

