

Экзамен для поступающих в 10 математический класс

1. Постройте график функции $y = -2 \cdot |x| + x^2 - 5 + (\sqrt{x+3})^2$. Исследуйте функцию по графику. Сколько решений в зависимости от c имеет уравнение $c = y(x)$?

2. Из пункта **A** по реке отправляется плот. Через час из пункта **A** вниз по течению отправляется катер. Найдите время, требующееся катеру, чтобы догнать плот и возвратиться в пункт **A**, если скорость катера в стоячей воде вдвое больше скорости течения реки.

3. Решите неравенство: $\sqrt{4-x^2} + x + 1 > 0$.

4. Дана (a_n) – арифметическая прогрессия, $a_n = 5$, $d = 3$. Вычислите:

$$\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \dots + \frac{1}{a_{99} a_{100}}$$

5. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} x^2 + 5y^2 - 4xy + 2x - 6y + 2 = 0 \\ 3x^2 - 2y^2 + xy - 3x + 2y - 1 = 0 \end{cases}$$

6. Найдите наибольший член последовательности, заданной формулой n -го члена $a_n = \frac{n}{n^2+4}$.

7. $\triangle ABC$ задан координатами своих вершин: **A**(0; -1), **B**(-4; 2), **C**(4; 2).

Напишите:

- а) уравнение окружности, вписанной в $\triangle ABC$;
- б) уравнение окружности, описанной около $\triangle ABC$;
- в) уравнение прямой, содержащей биссектрису **СК**;
- г) уравнение прямой, содержащей медиану **ВМ**.

8. В $\triangle ABC$ **AC** = 7, высота **BH** = 2. Из вершины **B** провели луч **BD** пересекающий **AC** в точке **O**. **BO** = 5, **OD** = 3 (**B** – **O** – **D**). Найдите площадь четырехугольника **ABCD**.

9. В трапеции **ABCD** основание **AD** = 16 см, $\angle CAD = 60$ градусов, сумма диагоналей **AC** + **BD** = 36 см. Известно, что $S_{\triangle AOD} : S_{\triangle BOC} = 4:1$, где **O** точка пересечения диагоналей. Найдите площадь трапеции.