ВАРИАНТ 1, 5 - 8 класс, конкурс ВМШ, **2018-2019**

1. **Пожатие**. В летней школе объявили день вежливости: каждый мальчик поздоровался за руку с каждой девочкой. Всего произошло **323** рукопожатия. Какое наименьшее число учеников могло быть в летней школе**?**
2. **Правда**. В комнате **12** человек, некоторые честные, а остальные лжецы. **1-**й сказал: «Среди нас нет честных людей», **2-**й сказал: «Среди нас не более **1-**го честного», **3-**й сказал: «Среди нас не более **2**-х честных», и т.д. **12-**й сказал: «Среди нас не более **11-**и честных». Сколько могло быть честных людей в этой комнате**?**
3. **Погоня.** Мушкетер бежит за лошадью. Когда лошадь пробегала мимо трактира, мушкетер находился от нее на расстоянии **120** футов, а когда мушкетер добежал до трактира, то ему оставалось до лошади **100** футов. На каком расстоянии от трактира мушкетер догонит лошадь, если их скорости постоянны**?**
4. **Сочетание.** Сколько раз встречается сочетание **42** в записи чисел от **1** до **10 000?**

ВАРИАНТ 2, 5 - 8 класс, конкурс ВМШ, **2018-2019**

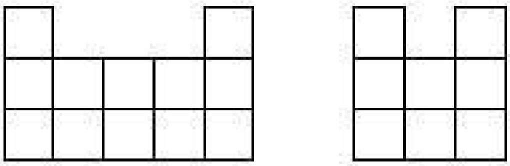
1. **Ребус**. Решите ребус: ***abcd * 9 = dcba***, где разными буквами обозначены разные цифры. **(**Четырехзначное число умножили на **9** и получили число из тех же цифр, но в обратном порядке.**)**
2. **Пирожки**. Аня съела половину всех пирожков и еще **1**. Потом Боря съел половину оставшихся пирожков и еще **1**. Затем, Вера съела половину остатка и еще **1**. Наконец, Гоша съел половину оставшихся пирожков и еще **1**. В итоге пирожков не осталось. Сколько было пирожков в начале**?**
3. **Вруны**. Знайка подошел к близнецам Винтику и Шпунтику, зная, что один из них точно врун, и спросил одного: «Ты Винтик**?**» «Да», – ответил тот. Знайка спросил другого: «Ты Винтик**?**», и по ответу сразу определил, кто есть кто. Верно ли, что оба брата вруны**?**
4. **Нули**. Найдите **3** различных натуральных числа, сумма которых не превышает **500**, а произведение оканчивается на **6** нулей.

ВАРИАНТ 3, 5 - 8 класс, конкурс ВМШ, **2018-2019**

1. **Соль**. Купец на все свои деньги закупил в Твери соль, продал ее в Москве, и денег у него стало на **120** руб. больше. Затем он снова на все деньги купил в Твери соль и продал в Москве. На этот раз чистая прибыль составила **140** рублей. Сколько денег он потратил на первую покупку**?**
2. **Цепочка**. У Васи **16** обрывков золотой цепочки. У **8-**и из них по **4** звена, а у остальных по **5** звеньев. Вася хочет соединить все эти звенья в одну незамкнутую цепочку. Какое наименьшее число звеньев придется ему распилить, а потом запаять**?**
3. **Стулья**. Сколькими способами можно расставить в ряд **15** одинаковых стульев черного цвета и **15** – красного цвета, чтобы никакие два черных стула не стояли рядом**?**
4. **Холмс**. К Холмсу пришли **7** человек, он знает, что среди них **4** рыцаря и **3** лжеца. Холмс задавал им вопросы типа: «Скажи, такой-то человек, рыцарь или лжец**?**» и узнал про каждого, рыцарь ли он. Объясните, как Холмс мог это сделать за **6** вопросов. Все они знают, кто есть кто.

ВАРИАНТ 4, 5 - 8 класс, конкурс ВМШ, **2018-2019**

1. **Треугольник**. Какое наименьшее число точек нужно отметить на плоскости так, чтобы после стирания любой из них среди оставшихся точек нашлись три точки, служащие вершинами равностороннего треугольника**?** (Треугольники могут быть разных размеров).
2. **Пятерки**. За контрольную работу каждый из **25** школьников получил одну из оценок «**3**», «**4**» или «**5**». На сколько больше было пятёрок, чем троек, если сумма всех оценок равна **106?**
3. Башня. На площадку **3×5** клеток надо поставить кубики с основанием в одну клетку так, чтобы башня имела виды спереди и сбоку, как на рисунке. Какое наименьшее число кубиков понадобится**?** Кубики могут быть на разном расстоянии от зрителя, виды с противоположных сторон совпадают. а) нарисуйте площадку **3×5** и укажите в каждой клетке высоту столбика; б) докажите, что меньшим числом кубиков обойтись нельзя. (За каждый пункт «**+/2**»).

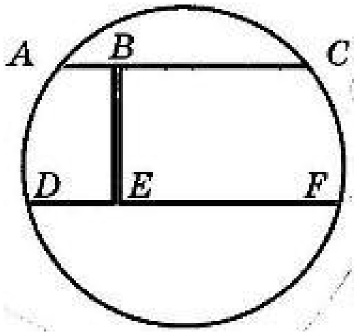


вид спереди вид сбоку

4. **Делитель**. Играют двое, они по очереди слева направо выписывают по одной цифре, пока не получится **12**-значное число. Если в итоге число не делится на **7**, то выигрывает первый, а если делится на **7**, то – второй. Кто может гарантировать себе выигрыш**?** (Число не может начинаться с нуля).

ВАРИАНТ 5, 5 - 8 класс, конкурс ВМШ, **2018-2019**

1. **Сумма**. Можно ли выбрать **N** различных натуральных чисел, меньших **100,** так, чтобы никакие два из них не давали в сумме **100**, если **N = 51?**
2. **Тест**. В тесте есть ответы: А, Б, В, Г, и даны **4** подсказки, но только одна из них правдива. **1)** верный ответ А или Б; **2)** верный ответ В или Г; **3)** верный ответ Б; **4)** неверный ответ Г. Какой ответ верный**?**
3. **Сдвиги**. Когда в Москве **12:00,** в Чикаго **3:00** того же дня. Когда в Петропавловске-Камчатском **12:00,** в Москве **3:00** того же дня. Который час будет в Чикаго, когда в Петропавловске-Камчатском **3:00?**
4. **Пути**. В круглом парке есть две параллельные дорожки АС и **DF**, соединенные перпендикулярной тропинкой **BE**, как показано на рисунке. Какой путь короче: **ABEF** или **CBED?**



ВАРИАНТ 6, 5 - 8 класс, конкурс ВМШ, 2018-2019

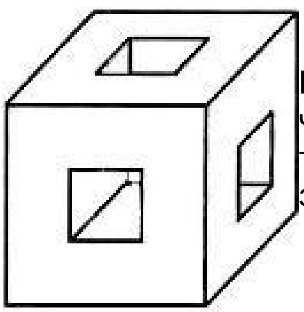
1. **Уголки**. Лена разрезала квадрат **5 ґ5** на уголки, состоящие из трёх клеток, и прямоугольники, состоящие из двух клеток. Какое наименьшее число частей она могла получить?
2. **Бег**. Колонна атлетов длиной **1** км бежит по прямой дороге со скоростью **15** км/ч, а навстречу им идет тренер со скоростью **5** км/ч. Добежав до тренера, атлет разворачивается и бежит назад с той же скоростью **15** км/ч. Какова будет длинам колонны, когда все атлеты развернутся?
3. **Таблица**. В клетках таблицы **5´5** вписаны числа так, что все **10** сумм в строках и столбцах одинаковы. Известно, что не все числа равны между собой. Какое наибольшее количество одинаковых чисел может оказаться в этой таблице?
4. **Кубики**. Куб **3×3×3** заполнен **27** кубиками **1×1×1** стеклянными и деревянными. Дима, Серёжа и Лена смотрят на куб с трех сторон: Дима – спереди, Серёжа – сверху, а Лена – сбоку. Все они видят по **3** деревянных кубика. Может ли число деревянных кубиков быть больше трех?

ВАРИАНТ 7, 5 - 8 класс, конкурс ВМШ, 2018-2019

1. **Молоко**. Шарик и Матроскин надоили **10** литров молока, разлили его по двум ведрам и понесли домой. Шарик устал и перелил часть молока из своего в ведра в ведро Матроскина. От этого у Шарика стало молока в **3** раза меньше, а у Матроскина – в **3** раза больше. Сколько молока стало в ведре у Матроскина?
2. **Игра**. Двое по очереди красят по одной клетке доски **4 х 4**. Проигрывает тот, кто закончит окраску какого-нибудь квадрата **2х2**, т.е. окрасит в нём последнюю клетку. Кто сможет выиграть, как бы ни играл соперник?
3. **Точки**. На прямой отмечено **9** красных и **9** синих точек в случайном порядке. Всегда ли можно стереть по **4** точки каждого цвета так, чтобы оставшиеся **5** точек каждого цвета располагались подряд?
4. **Камни**. Есть **18** камней, их веса различны. Как за **25** взвешиваний на чашечных весах без гирь найти самый тяжелый и самый легкий камни?

ВАРИАНТ 8, 5 - 8 класс, конкурс ВМШ, 2018-2019

1. **Игра**. Есть две кучи: **25** и **27** камней. Двое по очереди делят любую из куч на две меньшие. Кто не сможет сделать ход, тот проиграл. Какой из игроков может гарантировать себе выигрыш?
2. **Кубик**. В центре каждой грани кубика со стороной **3** см проделали сквозные отверстия со стороной квадрата **1** см. Найдите площадь поверхности оставшейся фигуры (снаружи и внутри).

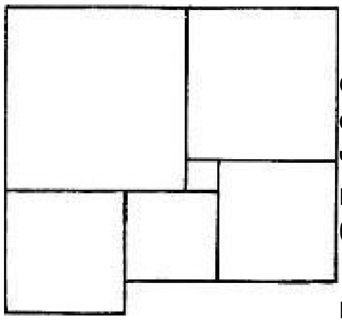


3. **НОД**. Петя задумал однозначное натуральное число. Вася может назвать любое натуральное число и спросить, чему равен НОД этих двух чисел. Может ли он подобрать такое число, чтобы по ответу наверняка узнать число, задуманное Петей?

4. **Имена**. Среди четырех человек нет троих с одинаковым именем, нет троих с одинаковым отчеством и нет троих с одинаковой фамилией, но у каждых двоих совпадает или имя, или отчество, или фамилия. Может ли такое быть**?**

ВАРИАНТ 9, 5 - 8 класс, конкурс ВМШ**, 2018-2019**

1. **Уха.** Три охотника варили уху. Первый положил **6** рыб, второй – **4** рыбы**,** а у третьего рыб не было. Они съели уху поровну. Третий охотник за свою долю заплатил **10** рублей. Сколько должны получить первые два охотника в соответствии с тем, как они накормили третьего**?** Рыбы одинаковые.
2. **Квадраты**. Фигура составлена из квадратов. Сторона самого маленького квадрата равна **1** см. Найдите сторону левого нижнего квадрата. Ответ нужен точный, решение подбором или измерением не принимается.



3. **Шифр**. Два пятизначных числа зашифровали словами УЗКОЕ МЕСТО **(**одинаковые цифры – одинаковыми буквами, разные – разными**)**. Пара цифр в числе образует беспорядок, если левая цифра больше правой. Могло ли в этих числах не быть ни одного беспорядка**?**
4. **Команды**. В однокруговом турнире играли **16** команд из **16** стран **(**по одной команде из каждой страны**)**. Могло ли оказаться так, что каждая команда сыграла по одному разу во всех странах, кроме своей родины**?**

ВАРИАНТ 10, 5 - 8 класс, конкурс ВМШ**, 2018-2019**

1. **Семья**. В семействе кенгуру двое самых легких весят **25%** от суммарного веса всех членов семейства, а трое самых тяжелых – **60%**. Сколько всего кенгуру в этом семействе**?**
2. **Ладьи**. В клетках шахматной доски расставлены ладьи так, что в каждой строке и каждом столбце стоят ровно две ладьи. Всегда ли можно убрать **8** ладей так, чтобы в каждой строке и каждом столбце осталась ровно одна ладья**?**
3. **Разрезы**. Квадрат разрезан по двум перпендикулярным прямым на **4** прямоугольника, которые покрашены в черный и белый цвета в шахматном порядке. Известно, что сумма площадей черных прямоугольников равна сумме площадей белых прямоугольников. Верно ли, что хотя бы одна из проведенных прямых делит квадрат пополам**?**
4. **Игра**. На клетчатой полоске **1×40** в первой слева клетке стоит фишка. Два игрока по очереди двигают фишку **(**вправо или влево**)** на любое возможное число клеток, на которое еще не ходили в предыдущие ходы. Побеждает тот, кто делает последний ход. Кто может гарантировать себе победу**?** Длина хода – это расстояние между центрами клеток **(**бывает от **1** до **39)**.

ВАРИАНТ 11, 5 - 8 класс, конкурс ВМШ, **2018-2019**

1. Лампы. Каждая из **12** ламп, расположенных по кругу, может гореть либо не гореть. За один ход можно изменить состояние любых трех ламп, стоящих подряд. Вначале горит одна лампа. Можно ли добиться того, чтобы горели все **12** ламп**?**
2. Ломаная. Замкнутая ломаная на плоскости такова, что любые два ее звена имеют ровно одну общую точку. Докажите, что число ее звеньев нечетно.
3. Астрономы. На каждой из **11** планет сидит **1** астроном, который наблюдает ближайшую к нему планету. Все расстояния между планетами различны. Докажите, что хотя бы одну из этих планет никто не наблюдает.
4. Шифр. Два пятизначных числа зашифровали словами УЗКОЕ МЕСТО (одинаковые цифры – одинаковыми буквами, разные – разными). Пара цифр в числе образует беспорядок, если левая цифра больше правой. Могло ли в этих числах не быть ни одного беспорядка?

ВАРИАНТ 12, 5-8 класс

1. **Торты**. Малыш и Карлсон одновременно начали есть одинаковые торты. Через **10** минут Малыш понял, что столько не съест, а Карлсон понял, что ему маловато будет, и они решили поменяться остатками тортов. После обмена они доели торты одновременно. Сколько минут они доедали торты**?** Надо объяснить, почему других ответов нет.
2. **Корабль**. На доске **6 × 6** расположен корабль **1 × 6**. Какое наименьшее число детекторов надо расположить в клетках доски так, чтобы по их одновременным показаниям можно было определить положение корабля**?** Детектор, находящийся в клетке, показывает, занимает ли корабль эту клетку или нет.
3. **Игра**. В ряд стоят **2018** тарелок, они пронумерованы от **1** до **2018**. На первых двух тарелках лежит по одному мандарину. Играют двое, они по очереди берут один (любой) из мандаринов и переносят его вперед на любую тарелку с большим номером, если она свободна. Кто не может сделать ход, тот проиграл. Кто может гарантировать себе выигрыш, первый игрок или второй**?**
4. **Жильцы**. Какое наименьшее число жильцов можно вселить в **30** квартир так, чтобы в любых трёх произвольно взятых квартирах проживало не менее **7** человек**?**

ВАРИАНТ 13, 5 - 8 класс

1. **Столбы**. Вдоль дороги стоят километровые столбы на расстоянии **1** км друг от друга. Один из них желтый какие-то **6** – красных, а остальные – белые. Сумма расстояний от желтого столба до всех красных равна **14** км. Найдите наибольшее возможное расстояние между двумя красными столбами.
2. **Угол**. Сколько времени в течение суток минутная и часовая стрелка образуют тупой угол**?** Стрелки образуют два угла, берем меньший из них. Стрелки движутся равномерно. Прямой и развернутый угол времени не занимают.
3. **Вычерк**. Найдите все натуральные числа, которые оканчиваются на **97** и которые после вычеркивания этих двух цифр уменьшаются в целое число раз. (За верный ответ «**+/2**», за доказательство, что других ответов нет «**+**»).

4. **Игра**. На пустой клетчатой полоске **(**бесконечной в обе стороны**)** два игрока ходят по очереди. Первый может поставить **2** крестика на любые **2** свободных поля доски. Второй может стереть любое число крестиков, идущих подряд **(**между которыми нет пустых клеток**)**. Если после хода первого образовались **10** или больше крестиков подряд, он выиграл. Может ли первый обеспечить себе победу**?**