

## Билет 1.

### Вопрос 13.

Определения: острый угол, тупой угол, прямой угол.

Теорема о сумме углов треугольника.

Следствие: Острые углы треугольника.

Теорема о внешнем угле треугольника (про сумму).

Теорема о сумме углов  $n$ -угольника.

### Вопрос 24.

Определение: ортоцентр.

Теорема о пересечении высот треугольника.

Теорема об окружностях, проходящих через основания двух высот треугольника. Окружность 4 точек (Эйлера).

### Задачи

1. Дан четырехугольник  $ABCD$ , в котором  $\angle BAC = \angle BDC$ ,  $\angle CAD = \angle ADB$ . Докажите, что  $AB = CD$ .

2. На одной стороне угла с вершиной  $M$  взяли точки  $A$  и  $B$ , а на другой –  $C$  и  $D$ , причем отрезки  $BC$

и  $AD$  пересекаются в точке  $O$ . Известно, что  $BO = OD$  и  $\angle OBM = \angle ODM$ . Докажите, что точка  $O$

принадлежит биссектрисе угла  $M$ , используя материал не далее II признака равенства треугольников.

## Билет 2.

### Вопрос 10.

Теорема о неравенстве треугольника.

Следствия: 1) Разность сторон 2) О трех точках на прямой.

Теорема неравенство «резинки».

### Вопрос 16.

Определения: срединный перпендикуляр, описанная окружность.

Критерий срединного перпендикуляра к отрезку.

Теорема о пересечении срединных перпендикуляров треугольника.

Теорема о существовании и центре описанной вокруг треугольника окружности.

### Задачи

1. В четырехугольнике два противоположных угла прямые, а соединяющая их диагональ делится пополам другой диагональю. Докажите, что эти диагонали либо равны, либо перпендикулярны.

2. Докажите, что два треугольника равны по двум сторонам и медиане, проведенной к третьей стороне.

### Билет 3.

#### Вопрос 1.

Определения: угол, отрезок, луч, параллельные прямые.

9 аксиом по учебнику Погорелова.

Теорема о пересечении прямой сторон треугольника.

#### Вопрос 20.

Определения: хорда, дуга окружности, касательная, градусная мера дуги.

Теорема об угле между касательной и хордой.

Теорема о вписанных углах по одну сторону от хорды.

Теорема о вписанных углах по разные стороны от хорды.

Теорема об угле между пересекающимися хордами.

#### Задачи

1. Докажите, что в любом неравностороннем треугольнике биссектриса и серединный перпендикуляр к противоположной стороне пересекаются вне треугольника.

2. В треугольнике  $ABC$  взята произвольная точка  $O$ . Докажите, что  $\angle AOC > \angle ABC$ .

### Билет 4.

#### Вопрос 9.

Определение: внешний угол треугольника.

Теорема о том, что внешний угол треугольника больше двух не смежных с ним и 2 ее следствия. Теорема о соотношении между сторонами и углами треугольника и ее следствие (без использования суммы углов треугольника).

#### Вопрос 25.

Определения: Ломаная. Многоугольник. Вершины, стороны, диагонали мн-ка.

Выпуклые многоугольники. Параллелограмм.

Свойство параллелограмма о равных сторонах.

Свойство параллелограмма о равных углах.

Свойство параллелограмма о диагоналях.

Свойство параллелограмма о сумме соседних углов.

#### Задачи

1. Биссектрисы углов  $A$  и  $C$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $O$ . Угол  $ABC$  равен  $\alpha$ . Найдите угол  $AOC$ .

2. Дана окружность, хорда  $AB$  этой окружности и прямая  $a$ . Постройте хорду этой

окружности, параллельную данной прямой, так, чтобы она делилась хордой  $AB$  пополам.

## **Билет 5.**

### **Вопрос 18.**

Определения: касающиеся окружности (внешним и внутренним образом), концентрические окружности, пересекающиеся окружности.

Теоремы о расстоянии между центрами двух окружностей.

### **Вопрос 26.**

Определения: Многоугольник. Вершины, стороны, диагонали мн-ка.

Признак параллелограмма по равным сторонам.

Признак параллелограмма по равным углам.

Признак параллелограмма по диагоналям.

Признак параллелограмма по сумме соседних углов.

Признак параллелограмма по равенству и параллельности двух противоположащих сторон.

### **Задачи**

1. Одна сторона треугольника равна 4, а длины двух других его сторон относятся как 3:5. Докажите, что периметр треугольника меньше 20.

2. Высота делит сторону неравнобедренного треугольника на два отрезка. Докажите, что меньший из них прилегает к большему углу треугольника.

## **Билет 6.**

### **Вопрос 3.**

Определения: треугольник, равенство треугольников.

Три признака равенства треугольников.

### **Вопрос 21.**

Определения: хорда, дуга окружности, градусная мера дуги.

Теорема об равных вписанных углах и равенстве хорд.

Теорема о дугах окружности заключенных между параллельными прямыми.

Теорема о прямых высекающих на окружности равные дуги.

Теорема о равных дугах в окружности.

Теорема о равных хордах в окружности.

### **Задачи**

1. Дан четырехугольник  $ABCD$ . Где находится такая точка  $O$ , что  $AO = CO$ ,  $BO = DO$ ? Сколько может быть таких точек?
2. На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  взяли произвольные точки  $M$  и  $K$ , причем отрезки  $AK$  и  $CM$  пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что  $\angle AMC + \angle AKC > \angle AOC$ .

## Билет 7.

### Вопрос 5.

Определения: равнобедренные и равносторонние треугольники.

Основное свойство равнобедренного треугольника.

Основной признак равнобедренности треугольника.

Свойства медианы, высоты и биссектрисы равнобедренного треугольника (по парам: биссектриса и высота, биссектриса и медиана, высота и медиана).

Свойство равенства высот, биссектрис, медиан в равнобедренном треугольнике, проведенных к боковым сторонам.

(без использования суммы углов треугольника).

### Вопрос 8.

Определение: вписанная окружность, биссектриса.

Признак и свойство биссектрисы угла.

Теорема о пересечении биссектрис в одной точке.

Теорема о вписанной окружности

(без использования суммы углов треугольника).

### Задачи

1. Один из углов треугольника в два раза больше другого. Высота, опущенная из третьего угла, делит сторону на два отрезка. Докажите, что разность этих отрезков равна одной из сторон треугольника.

2. На боковых сторонах  $AB$  и  $BC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  взяли точки  $M$  и  $K$  соответственно так, что  $BK = KM = AM = AC$ .

Найдите угол треугольника, противоположный основанию.

## Билет 8.

### Вопрос 2.

Определения: смежных, вертикальных углов.

Теорема о смежных углах и 3 ее следствия.

Теорема о вертикальных углах.

### Вопрос 23.

Определение: описанный четырехугольник.

Свойство описанного четырехугольника (стороны).

Свойство описанного четырехугольника (биссектрисы).

Признак описанного четырехугольника (стороны).

Признак описанного четырехугольника (биссектрисы).

### Задачи

1. На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  взяли точки  $M$  и  $K$ . Отрезки  $AK$  и  $CM$  пересекаются в точке  $O$ . Оказалось, что  $AO = CO$ ,  $MO = KO$ . Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.

2. Две хорды пересекаются так, что отмеченные на рисунке отрезки равны. Докажите, что сами хорды тоже равны.

## Билет 9.

### Вопрос 4.

Определения: биссектриса, медиана, высота, равенство треугольников.

Сформулировать три признака равенства треугольников. (без доказательства).

Теорема о равенстве соответствующих медиан, высот и биссектрис в равных треугольниках (без использования суммы углов треугольника).

### Вопрос 15.

Определения: окружность, касательная, секущая, общая касательная к двум окружностям (внешняя и внутренняя).

Теорема о количестве общих точек прямой и окружности.

Свойство касательной.

Признак касательной.

Теорема об отрезках касательных.

### Задачи

1. Постройте треугольник по двум его сторонам и медиане, проведенной к третьей.

2. Разность боковых сторон треугольника равна 2, а его основание в три раза больше меньшей из них. Докажите, что периметр треугольника больше 5.

## Билет 10.

### Вопрос 14.

Определения: ГМТ, прямоугольный треугольник, окружность, диаметр, окружности.

Теорема о медиане проведенной к гипотенузе.

Теорема о прямоугольном треугольнике с углом 30 градусов.

Теорема о прямоугольном треугольнике с катетом равным половине гипотенузы.

Теорема о медиане проведенной к стороне треугольника (признак прямоугольности треугольника).

Критерий прямоугольного треугольника (окружность).

### Вопрос 28.

Определения: средняя линия треугольника.

Теорема о средней линии треугольника.

Признак средней линии треугольника по середине стороны и параллельности. Признак средней линии треугольника по параллельности и половине стороны. Признак равнобедренности треугольника по равенству двух медиан треугольника.

### Задачи

1. Противоположные стороны четырехугольника попарно равны. Докажите, что его диагонали делятся точкой пересечения пополам, используя материал ранее суммы углов треугольника.

2. Хорды **AB** и **CD** окружности равны. Докажите, что прямые **BC** и **AD** параллельны.

## Билет 11.

### Вопрос 27.

Определения: прямоугольник, ромб, квадрат.

Свойство прямоугольника о диагоналях.

Признак прямоугольника по диагоналям.

Свойства диагоналей ромба. Признак ромба по диагоналям.

Свойство ромба о перпендикулярных диагоналях.

Признак ромба по перпендикулярным диагоналям.

### Вопрос 6.

Определения: биссектриса, медиана, высота, равнобедренный треугольник. Признак равнобедренности треугольника по равенству двух высот треугольника.

Признаки равнобедренности треугольника по медиане, высоте, биссектрисе (по парам: биссектриса и высота, биссектриса и медиана, высота и медиана) (без использования суммы углов треугольника).

### Задачи

1. Равносторонние треугольники  $ABC$  и  $CDK$  расположены так, как показано на рисунке. Докажите, что прямая  $BK$  параллельна  $AC$ .

2. Две хорды пересекаются так, что отмеченные на рисунке отрезки равны. Докажите, что сами хорды тоже равны.

## Билет 12.

### Вопрос 7.

Определения: прямой угол, прямоугольный треугольник, катет, гипотенуза 5 признаков равенства прямоугольных треугольников (без использования суммы углов треугольника)

### Вопрос 22.

Определение: вписанный четырехугольник.

Свойство вписанного четырехугольника (сумма углов).

Свойство вписанного четырехугольника (бабочка).

Признак вписанного четырехугольника (сумма углов).

Теорема о равных углах, опирающихся на один отрезок (бабочка).

### Задачи

1. Докажите, что отрезок соединяющий середины противоположных сторон выпуклого четырехугольника, меньше полусуммы его диагоналей.
2. Дан четырехугольник  $ABCD$ , в котором  $\angle A = \angle D$ ,  $\angle B = \angle C$ , причем  $AB$  и  $CD$  не параллельны.  
Докажите, что  $AB = CD$ , используя материал ранее суммы углов треугольника.

### Билет 13.

#### Вопрос 12.

Определения: перпендикулярные прямые, расстояние от точки до прямой, расстояние между параллельными прямыми. Теорема о биссектрисе внутренних односторонних и накрест лежащих углов при параллельных прямых. Теорема о перпендикулярных прямых.

Теорема о существовании и единственности перпендикуляра к прямой.

Теорема о расстоянии между параллельными прямыми.

#### Вопрос 19.

Определения: центральный угол, вписанный угол

Теорема о вписанном угле

Следствие: Опираются на одну дуг

Теорема об углах внутри и вне окружности

#### Задачи

1. В четырехугольнике  $ABCD$  точки  $M, N, P, Q$  соответственно середины сторон  $AB, BC, CD, DA$ . Докажите, что отрезки  $MP$  и  $NQ$  точкой пересечения делятся пополам.
2. Один из острых углов прямоугольного треугольника в два раза больше другого. Докажите, что один из его катетов в два раза короче гипотенузы, используя материал ранее суммы углов треугольника.

### Билет 14.

#### Вопрос 11.

Определения: секущая, внутренние накрест лежащие углы, внутренние односторонние углы, соответственные углы.

Признаки параллельности прямых.

Следствия: 1) Две прямые перпендикулярны третьей 2) Соответственные углы 3) О единственности параллельной прямой.

Свойства параллельных прямых.

Следствие: О прямой перпендикулярной одной из параллельных.

#### Вопрос 17.

Определения: хорда, диаметр, дуга окружности. Теорема о диаметре перпендикулярном к хорде.

Теорема о срединном перпендикуляре к хорде. Теорема о хордах равноудаленных от центра.

Свойство равных хорд в окружности.

### Задачи

1. В треугольнике  $ABC$  провели медиану  $BM$ . Известно, что  $AB > BC$ . Сравните углы  $ABM$  и  $CBM$ .
2. Дан шестиугольник, никакие стороны которого не параллельны. Сколько существует точек, которые равноудалены от трех его данных несмежных сторон?